



TUGAS AKHIR - SM 141501

**SIMULASI ALIRAN AIR PADA PINTU AIR
MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA**

**M NUR HAQQUL Q
NRP 1211 100 013**

**DOSEN PEMBIMBING
Drs. Kamiran, M.Si**

**JURUSAN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015**



FINAL PROJECT - SM 141501

***SIMULATION FLOW OF WATER IN SLUICE
GATED USING FINITE ELEMENT METHOD***

**M NUR HAQQUL Q
NRP 1211 100 037**

**SUPERVISOR
Drs. Kamiran, M.Si**

**Departement of Mathematics
Faculty of Mathematics and Science
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2015**

LEMBAR PENGESAHAN


SIMULASI ALIRAN AIR PADA PINTU AIR MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

SIMULATION FLOW OF WATER IN SLUICE GATED USING FINITE ELEMENT METHOD

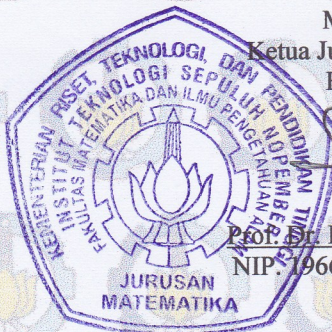
Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Matematika Terapan
Program Studi S-1 Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

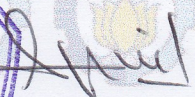
Oleh :
M NUR HAQQUL QOMARUDIN
NRP. 1211 100 037

Menyetujui,
Dosen Pembimbing


Drs. Kamiran, M.Si
NIP. 19630623 198903 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika
FMIPA ITS




Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001

Surabaya, Juli 2015

SIMULASI ALIRAN AIR PADA PINTU AIR MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

Nama : M Nur Haqqul Q
NRP : 1211 100 037
Jurusan : Matematika
Dosen Pembimbing : Drs. Kamiran, M.Si.

ABSTRAK

Dalam melaksanakan pembangunan tidak akan terlepas dari adanya resiko-resiko pada kegiatan tersebut. Oleh karena itu untuk menanggulangi resiko-resiko yang akan terjadi dibutuhkan sebuah simulasi pada pembangunan tersebut. Simulasi merupakan bagian penting dalam ilmu pengetahuan maupun dalam pembangunan khususnya pembangunan dalam bidang keairan. Pembangunan dalam bidang keairan tidak luput dari permasalahan aliran fluida. Dalam menyelesaikan permasalahan tersebut banyak metode yang dapat digunakan. Misalkan, metode karakteristik, metode perbedaan hingga. Namun penggunaan metode-metode tersebut masih menemui banyak kekurangan. Metode lain yang dapat digunakan dalam simulasi ini adalah FEM yaitu *finite element method* (metode elemen hingga). Metode elemen hingga saat ini telah digunakan dalam berbagai rekayasa hidrolika karena tingkat akurasi dan fleksibilitasnya dalam menangani masalah geometri dan model material yang baik.

Pada penggunaan metode elemen hingga dilakukan pendiskritisasian domain awal menjadi bagian kecil guna menyederhanakan penyelesaian masalah aliran fluida pada pintu air. Sehingga solusi pada permasalahan aliran fluida dengan menggunakan metode elemen hingga dapat ditemukan. Selanjutnya simulasi terhadap perhitungan tersebut dilakukan dengan menggunakan software MATLAB. Oleh karena itu dapat diperoleh simpulan mengenai kesesuaian penggunaan metode elemen hingga pada permasalahan aliran fluida berdasarkan penelitian yang telah dilakukan sebelumnya.

Kata kunci : Metode Elemen Hingga (FEM), Pintu Air, Diskritisasi Domain



SIMULATION FLOW OF WATER IN SLUICE GATED USING FINITE ELEMENT METHOD

Name of Student : ***M Nur Haqqul Q***
NRP : ***1211 100 037***
Department : ***Matematika***
Supervisor : ***Drs. Kamiran, M.Si.***

ABSTRACT

In the development will not be separated from the risks in carrying out of the development. Therefore, to cope with the risks that would be happen it needs a simulation of the development. Simulation is an important part of science as well as in development, especially in the areas inundated. Development in the areas inundated not escape from the problems of the flow of a fluid. In resolving these problems are many methods that can be used. For example, the method of characteristics, method of finite difference. However, the use of these methods are still a lot of problems. Another method that can be used in this simulation is the finite element method (FEM). The finite element method is now used in a variety of engineering hydraulics because of the level of accuracy and flexibility in dealing with the geometry and material models are quite good.

In finite element method will be do the discretization on the initial domain into smaller parts in order to solve the problem of fluid flow in the sluice gate in a simple step. So the solution of the fluid flow problems using the finite element method can be found. Furthermore, by using MATLAB will do the simulation of this problem. Therefore, it can be concluded regarding the suitability of use of the finite element method in problems of fluid flow based on research that has been done before.

Keywords: *Finite Element Method (FEM), Sluice Gate, Domain Discretization*



KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan laporan Tugas Akhir dengan judul

“SIMULASI ALIRAN AIR PADA PINTU AIR MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA”.

Salah satu tujuan disusunnya laporan Tugas Akhir ini adalah pemenuhan persyaratan dalam mencapai jenjang Sarjana Sains dari Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Dengan mengucapkan *Alhamdulillah* ‘*alamin* Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik dan lancar berkat doa, dukungan dan kerja sama dari berbagai pihak. Sedemikian hal tersebut penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ayah dan Ibu yang telah memberikan doa dan segala dukungannya sehingga penulis mampu menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan baik.
2. Ibu Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA ITS yang memberikan dukungan serta kemudahan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini.
3. Bapak Drs. Kamiran, M.Si dan selaku dosen pembimbing yang senantiasa meluangkan waktunya guna memberikan ilmu, nasihat dan motivasi dalam penyusunan Tugas Akhir ini.
4. Drs. Lukman Hanafi, M.Sc, Kistosil Fahim, S.Si, M.Si, Drs. Soetrisno, M.Komp., dan Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si selaku dosen penguji ujian Tugas Akhir.
5. Bapak Drs. Daryono Budi Utomo, M.Si selaku dosen wali penulis yang selalu memberi semangat, motivasi, membimbing kepada penulis dalam menyelesaikan *study* di jurusan Matematika ITS.

6. Bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp. selaku Kaprodi S1 Matematika ITS.

7. Semua Bapak dan Ibu Dosen Pengajar serta para staf Jurusan Matematika FMIPA ITS yang telah sabar dalam memberikan ilmu dan bantuan kepada penulis selama menjalani masa pembelajaran pada jenjang sarjana.

8. Teman-teman seperjuangan Menara'11 yang telah banyak memberikan motivasi dan bantuan kepada penulis dalam menyelesaikan perkuliahan ini.

9. Serta teman-teman 2011 yang memberikan banyak hiburan disaat kesulitan menempa penulis. Semoga kita semua selalu diberikan kesuksesan dalam setiap langkah yang akan kita jalani. Amin

Dan berbagai pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu. Semoga Allah SWT membalas semua kebaikan yang telah dilakukan. Apabila dalam penulisan Tugas Akhir ini masih terdapat banyak kekurangan, penulis mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak yang sifatnya membangun sebagai bahan perbaikan *study* di masa yang akan datang. Semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi berbagai pihak yang telah membaca buku Tugas Akhir ini.

Surabaya, Juli 2015

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	iv
ABSTRAK.....	vii
<i>ABSTRACT</i>	ix
KATA PENGANTAR.....	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
DAFTAR SIMBOL.....	xix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah.....	3
1.4 Tujuan.....	3
1.5 Manfaat.....	3
1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir.....	4

BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....7

2.1 Model Matematika Pada Aliran

Permukaan Bebas.....7

2.2 Penelitian Terdahulu.....10

2.3 Penggolongan Aliran Fluida.....12

2.4 Metode Elemen Hingga.....13

2.5 Metode *Weighted Residual*
(Residu Berbobot).....15

2.6 Metode Galerkin.....17

BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....19

3.1 Tahapan Penelitian.....19

3.2 Diagram Alur Metode Penelitian.....21

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN.....23

4.1 Diskritisasi Domain.....23

4.2 Elemen Linear Rectangular pada MEH.....24

4.3 Persamaan Integral pada Elemen Matriks.....26

4.4 Boundary Condition pada Elemen Matriks.....34

4.5 Hasil Simulasi.....39

BAB V PENUTUP.....45

5.1 Kesimpulan.....45

5.2 Saran.....46

DAFTAR PUSTAKA.....48





“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Skema aliran yang melewati pintu air.....	8
Gambar 2.2 Hasil simulasi aliran air pada pintu menggunakan SFGFEM.....	11
Gambar 2.3 Perbandingan hasil simulasi menggunakan SFGFEM, NEM, dan BEM dengan empat Tinggi pintu yang berbeda.....	11
Gambar 3.1 Diagram alur penelitian.....	21
Gambar 4.1 Diskritisasi domain aliran air dibawah Pintu air.....	23
Gambar 4.2 Parameter untuk elemen segiempat.....	24
Gambar 4.3 Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu 0.5 <i>ft</i>	39
Gambar 4.4 Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu 0.375 <i>ft</i>	40
Gambar 4.5 Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu 0.25 <i>ft</i>	41
Gambar 4.6 Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu 0.5 <i>ft</i>	42



Daftar Simbol

Simbol	Keterangan
ψ	Fungsi aliran
v_x	Komponen kecepatan untuk fungsi aliran pada sumbu x
v_y	Komponen kecepatan untuk fungsi aliran pada sumbu y
Q	Debit air
g	Konstanta gravitasi
B	Konstanta Bernoulli
$W_i(x)$	Fungsi bobot
$R(x)$	Fungsi residu
π	Konstanta phi
$M(x)$	Fungsi momen lentur
M_0	Nilai inisial momen lentur
N_β	Fungsi bentuk
$[K]$	Matriks kekakuan
$[B]$	Matriks gradient vector
Γ	Domain pada daerah yang terkena kondisi batas dari suatu persamaan
Γ_{EF}	Domain EF yang terkena kondisi batas
I^e	Vektor inter elemen
S	Kondisi batas pada suatu daerah tertentu
$[K_M]$	Matriks kekakuan yang memiliki kondisi batas M
M	Kondisi batas pada suatu daerah



“Halaman ini sengaja dikosongkan.”

BAB I

PENDAHULUAN

Pada Bab I akan dilakukan pembahasan mengenai latar belakang pada penulisan Tugas Akhir. Pada bab ini akan dijelaskan mengenai identifikasi suatu permasalahan pada topik simulasi aliran air menggunakan metode elemen hingga. Oleh karena itu akan diberikan rumusan masalah serta batasan-batasan pada topik tersebut. Sehingga dapat mudah dimengerti mengenai tujuan dan manfaat akan penulisan Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang Masalah

Ilmu hidrolika merupakan bagian penting yang tak dapat dipisahkan dalam bidang pembangunan keairan. Perkembangan ilmu hidrolika telah memungkinkan pembangunan bangunan keairan misalnya bendungan, saluran irigasi, penanggulangan banjir dan lahar, penahan erosi sungai dan pantai, pelabuhan, bangunan pantai, dan sebagainya mengalami kemajuan dengan pesat. Pertumbuhan tersebut terkait erat dengan peran simulasi hidrolik dalam membuka wawasan menyangkut fungsi dan keamanan bangunan keairan serta lingkungannya. Sebuah simulasi dibutuhkan untuk menghindari adanya kesalahan dalam melakukan kegiatan pada kondisi yang nyata sehingga resiko yang bisa terjadi saat melakukan pembangunan dapat dikurangi. Simulasi dapat dilakukan dengan menyelesaikan sebuah model matematika dari permasalahan yang akan di kerjakan. Akan tetapi masih terdapat banyak ketidakakurasian data hidrologi hasil konservasi yang kurang tepat. Hal ini menyebabkan sebuah model matematika dan hasil simulasinya yang diragukan kebenarannya. Selain itu tidak semua model matematika dapat menirukan semua perilaku dari sebuah sistem sehingga diperlukan asumsi yang membatasi kinerja model matematikanya [5].

Persamaan matematika memerlukan cara-cara numerik agar dapat diselesaikan. Namun dalam menentukan penyelesaian model matematika tidak akan mudah dan sering kali menemui

berbagai kesalahan. Misalkan saja dalam menyelesaikan persamaan aliran *free surface* pada pintu air yang merupakan persamaan diferensial parsial. Persamaan tersebut dapat diselesaikan menggunakan metode karakteristik. Dalam hal ini metode karakteristik menyelesaikan persamaan diferensial parsial dengan mengubahnya menjadi persamaan total diferensial sehingga dikatakan lebih akurat. Namun sayangnya metode ini tetap memerlukan usaha interpolasi jika digunakan dalam skema *grid* sehingga mengurangi akurasi [5]. Metode perbedaan hingga juga dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan aliran *free surface* pada pintu air tersebut. Dengan metode ini persamaan diferensial akan diaproksimasi dengan menggunakan deret Taylor. Namun penggunaan metode ini akan mengurangi keakuratan hasilnya dikarenakan titik-titik mesh pada metode ini sukar ditempatkan pada bentuk geometri yang kompleks [4].

Metode lain yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan aliran permukaan bebas (*free surface*) tersebut adalah metode elemen hingga. Metode elemen hingga saat ini telah digunakan dalam berbagai rekayasa hidrolika karena tingkat akurasi dan fleksibilitasnya dalam menangani masalah geometri dan model material yang cukup baik. Pada tugas akhir ini akan dilakukan perhitungan untuk menyelesaikan masalah aliran air di bawah pintu air dengan menggunakan FEM (Metode Elemen Hingga). Metode tersebut akan digunakan untuk mendapatkan medan aliran pada pintu air.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam usulan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Bagaimana melakukan diskritisasi pada masalah aliran fluida dengan menggunakan FEM?
2. Bagaimana menentukan penyelesaian masalah aliran fluida pada pintu air dengan menggunakan FEM?

3. Bagaimana kesesuaian interpretasi hasil analisa dari model tersebut beserta simulasinya menggunakan metode yang telah ditentukan ?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada usulan Tugas Akhir ini adalah:

1. Menerapkan FEM dengan elemen rektangular dalam menentukan penyelesaian pada masalah aliran fluida.
2. Aliran air pada model diasumsikan sebagai aliran laminar, *incompressible*, *inviscid*, *irrotational*.
3. Tinggi hulu air 1.0 ft dan dipilih empat bukaan pintu yang berbeda dengan tinggi 0.5 ft, 0.375 ft, 0.25 ft, dan 0.125 ft.
4. Lebar pintu air diasumsikan sama dengan lebar sungai.

1.4 Tujuan

Tujuan dalam usulan Tugas Akhir ini adalah :

1. Melakukan diskritisasi pada masalah aliran fluida menggunakan FEM.
2. Menentukan penyelesaian pada masalah aliran fluida pada pintu air dengan menggunakan FEM.
3. Mengetahui kesesuaian intrepetasi hasil analisa dari model tersebut beserta simulasinya.

1.5 Manfaat

Manfaat dari usulan Tugas Akhir ini adalah :

1. Membantu mempelajari cara melakukan diskritisasi pada masalah aliran fluida dengan menggunakan FEM.
2. Memberikan pengertian terhadap cara-cara menyelesaikan masalah aliran fluida dengan menggunakan FEM.
3. Memberikan pengetahuan akan kesesuaian hasil FEM terhadap masalah aliran fluida menggunakan MATLAB.

1.6 Sistematika Penulisan Tugas Akhir

Sistematika penulisan dalam laporan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. BAB I PENDAHULUAN

Pada bab I akan dijelaskan mengenai latar belakang penyusunan Tugas Akhir, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan serta manfaat dan sistematika penulisan laporan Tugas Akhir.

2. BAB II DASAR TEORI

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai landasan teori yang mendukung dalam penulisan Tugas Akhir ini, antara lain teori mengenai penggolongan aliran fluida, metode elemen hingga serta konsep-konsep dasar metode elemen hingga yang digunakan untuk mensimulasikan aliran fluida.

3. BAB III METODOLOGI

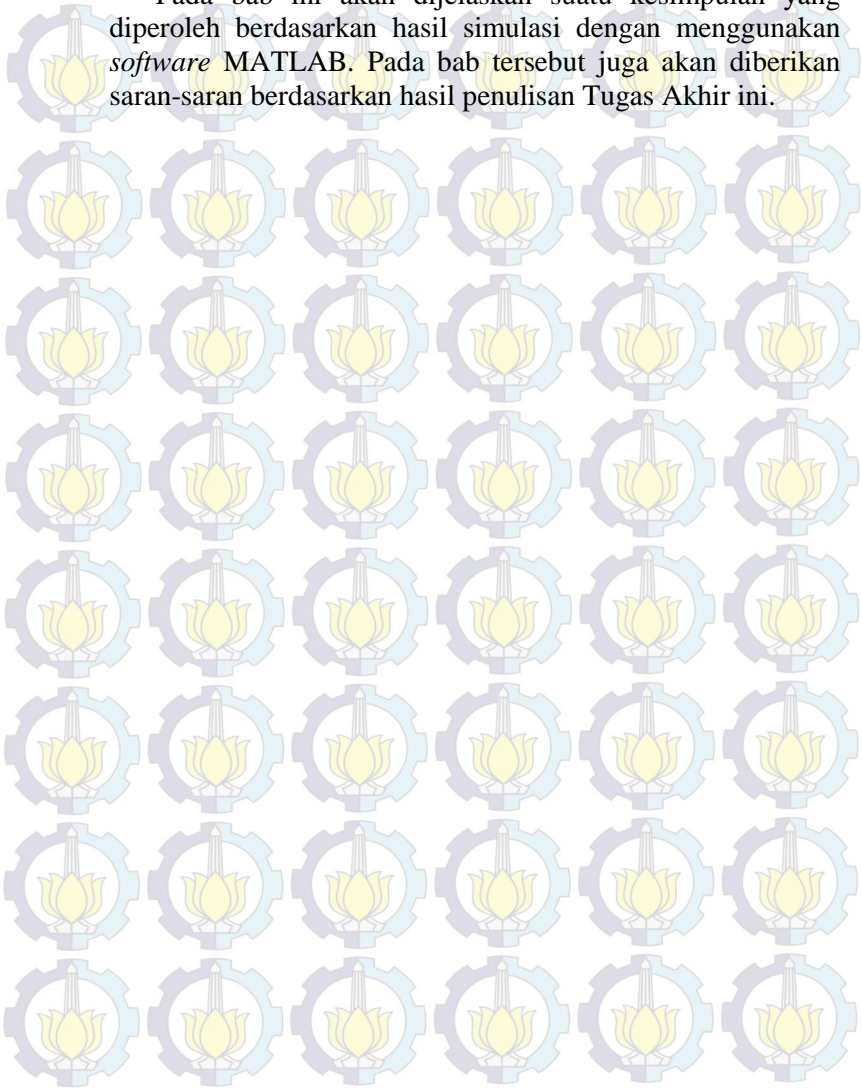
Pada bab ini akan dijelaskan mengenai langkah-langkah sistematis dalam penyelesaian Tugas Akhir.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai model aliran fluida di bawah pintu air, diskritisasi domain pada model serta penyelesaian numerik dan simulasi aliran pada model aliran air pada pintu air. Dalam hal ini juga akan dijelaskan secara mendalam mengenai hasil simulasi dengan menggunakan *software* MATLAB.

5. BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini akan dijelaskan suatu kesimpulan yang diperoleh berdasarkan hasil simulasi dengan menggunakan *software* MATLAB. Pada bab tersebut juga akan diberikan saran-saran berdasarkan hasil penulisan Tugas Akhir ini.





BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dibahas mengenai dasar teori yang digunakan dalam penyusunan Tugas Akhir. Dasar teori tersebut akan menjadi bahan utama dalam penyusunan Tugas Akhir ini. Dimulai dari penggolongan aliran fluida hingga perhitungan properti elemen dalam menyelesaikan model matematika pada aliran fluida beserta simulasinya pada *software* MATLAB.

2.1 Model Matematika pada Aliran Permukaan Bebas

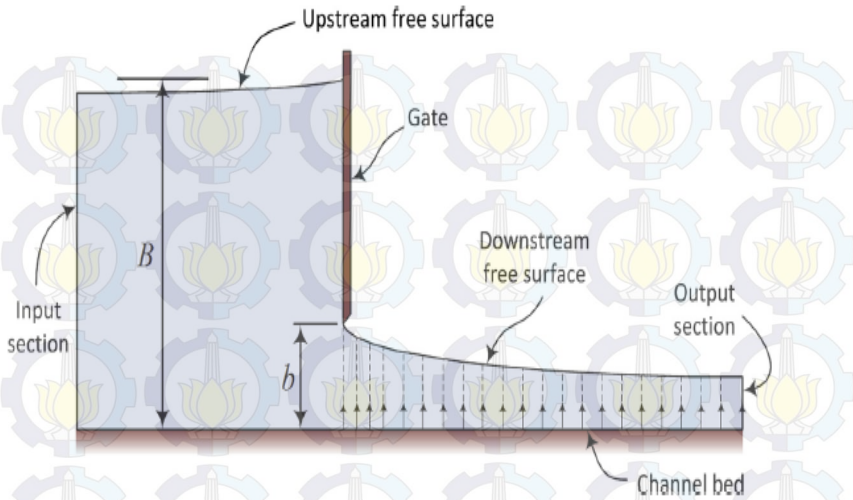
Aliran air dibawah pintu air pada struktur hidrolik atau bendungan dapat dianggap menggunakan model aliran potensial. Pada model tersebut aliran fluida diasumsikan sebagai aliran yang bersifat inviscid, mampat dan irrotasional. Oleh karena itu aliran fluida dapat didefinisikan sebagai fungsi kecepatan potensial pada 2D dengan kondisi *steady state* atau sebagai fungsi aliran yang merupakan persamaan Laplace yaitu

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (2.1)$$

Dimana ψ merupakan fungsi aliran dan komponen kecepatan pada persamaan tersebut yang dinyatakan sebagai

$$v_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ dan } v_y = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2.2)$$

Sebuah aliran fluida yang melewati pintu air ditunjukkan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Skema Aliran yang melewati pintu air [3]

Gambar 2.1 merupakan gambar skema aliran air yang melewati pintu air. Berdasarkan Gambar 2.1 air masuk melalui *input section* (bagian masukan air) dengan kecepatan seragam v_{in} dan keluar melewati *output section* (bagian keluaran air) dengan kecepatan seragam v_{out} . Air yang melewati dua bagian tersebut diasumsikan sebagai aliran laminar sehingga tidak akan terjadi perpotongan antara garis alir pada aliran air. Dalam hal ini tekanan air di asumsikan konstan pada permukaan bebas.

Berdasarkan asumsi bahwa aliran bersifat inviscid dan irrotasional maka persamaan bernouli dapat digunakan untuk menentukan tekanan pada setiap titik dari medan aliran. persamaan Bernouli adalah sebagai berikut:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\rho g} + y = B \quad (2.3)$$

Dimana v adalah kecepatan, g percepatan gravitasi, P adalah tekanan fluida, ρ adalah massa jenis fluida dan, B adalah

konstanta Bernouli. Dalam hal ini dua kondisi batas harus terpenuhi pada permukaan bebas secara bersama-sama. Kedua kondisi batas tersebut adalah kondisi pada saat kecepatan normal fluida bernilai nol serta pada saat tekanan fluida bernilai nol. Kondisi pertama (kecepatan normal nol) menyatakan bahwa permukaan bebas adalah jalur aliran fluida yang melewati pintu air dan oleh karena itu fungsi aliran pada kondisi tersebut bernilai konstan dengan $\psi = Q$ pada permukaan bebas. Dimana pada hilir berdasarkan Gambar 2.1, merupakan permukaan bebas dengan Q adalah debit aliran. Kondisi batas yang kedua (nilai tekanan nol) dinyatakan pada persamaan Bernouli (2.3) diatas yakni saat tekanan nol maka

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \sqrt{2g(B - y)} \quad (2.4)$$

pada permukaan bebas. Persamaan (2.4) merupakan kondisi batas yang dinamis pada tekanan nol dan harus digunakan sebagai kondisi batas natural pada permukaan bebas.

Pada bagian masukan dan keluaran dapat dianggap jauh dari pintu bendungan oleh karena itu kecepatan fluida pada bagian ini dapat diasumsikan saling tegak lurus pada kondisi batas (2.4). Dengan kata lain, komponen tangensial dari kecepatan pada kondisi ini akan bernilai nol. Oleh karena itu kondisi batas pada bagian masukan dan keluaran akan bernilai sebagai berikut

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \quad (2.5)$$

pada bagian masukan fluida dan keluaran fluida yang mengalir.

Mengingat bahwa Q adalah debit aliran maka kondisi batas pada pintu air dan pada dasar air berdasarkan Gambar 2.1 dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\psi = Q \quad (2.6)$$

pada pintu (*gate*) air dan

$$\psi = 0 \quad (2.7)$$

pada dasar air. Dengan catatan bahwa Q pada model matematika aliran permukaan bebas adalah debit aliran yang tak diketahui nilainya dan harus ditemukan nilainya pada penyelesaian model.

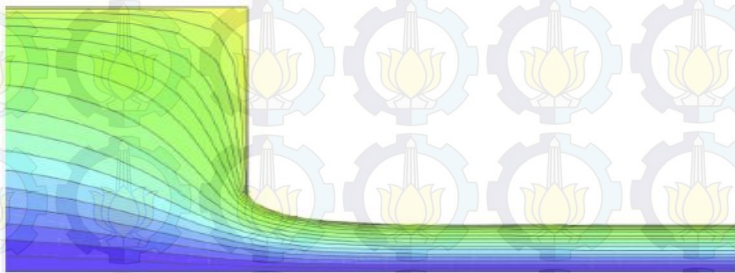
2.2 Penelitian Pendahulu

Penelitian mengenai aliran fluida pada permukaan bebas telah dilakukan sebelumnya dalam buku yang berjudul *Bentuk Profil Aliran Fluida Dipermukaan Bebas Berlapis Tiga yang Dipengaruhi Oleh Suatu Penghisap, Gravitasi bumi dan Shear Stress* [2]. Pada buku tersebut didapatkan bentuk profil aliran fluida pada permukaan bebas yang dipengaruhi oleh suatu penghisap, gravitasi bumi, dan *shear stress* dengan menggunakan metode integral batas. Dapat diketahui juga pada buku ini bahwa pengaruh bilangan Weber pada profil aliran fluida di permukaan bebas sangat kecil dan fluida pada daerah pencemar menyempit [2].

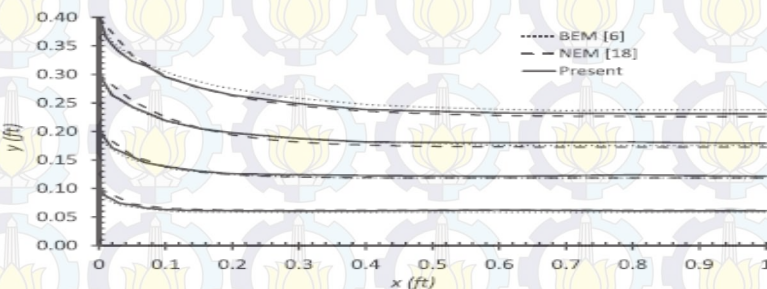
Pada penelitian lain yaitu dalam buku yang dituliskan oleh Nuril Anwar dengan judul *Model Aliran Pertemuan Dua Sungai yang Mempunyai Sudut Sebarang* menyatakan bahwa penambahan bilangan Froude baik dibawah aliran subkritik maupun pada aliran superkritik akan menyebabkan perubahan yang signifikan terhadap hasil rasio kedalaman baik pada sungai utama maupun anak sungai, yaitu semakin tinggi nilai bilangan Froude akan menyebabkan penurunan nilai puncak pada masing-masing saluran [1].

Penelitian aliran air pada pintu air juga telah dilakukan oleh Mohammad javad kazemzadeh menggunakan *smoothed fixed grid finite element method* (SFGFEM). Pada penelitian tersebut menyatakan bahwa bentuk akhir pada permukaan bebas beserta garis alir untuk tinggi pintu air sebesar 0.3 ft dapat

dilihat pada Gambar 2.2. Dalam hal ini permukaan bebas terbentuk sebagai suatu garis aliran pada pintu air. Kesimpulan yang diperoleh pada jurnal menyatakan bahwa SFGFEM dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan aliran fluida pada pintu air. Kesimpulan tersebut didapatkan berdasarkan hasil yang diperoleh dengan menggunakan metode elemen natural dan metode elemen batas tidak memiliki perbedaan yang signifikan jika dibandingkan dengan SFGFEM. Nilai awal fungsi aliran yang diasumsikan pada jurnal ini adalah sebesar $1 \text{ ft}^3/\text{sec}$ [3]. Nilai tersebut sesuai dengan kondisi batas model matematika fungsi aliran yang terjadi pada permukaan bebas dan pada pintu air. Perbandingan SFGFEM, metode elemen natural, dan metode elemen natural dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.2. Hasil simulasi aliran air pada pintu air menggunakan SFGFEM [3]



Gambar 2.3. Perbandingan hasil simulasi menggunakan NEM, SFGFEM, dan BEM dengan empat tinggi pintu yang berbeda [3]

2.3 Penggolongan Aliran Fluida

Aliran fluida dibagi menjadi dua yaitu aliran *inviscid* dan aliran *viscous*. Aliran *inviscid* adalah aliran yang memiliki kekentalan sangat kecil mengalir tanpa gesekan dan tak mampu mampat. Aliran fluida *inviscid* dibagi menjadi aliran *incompressible* dan aliran *compressible*.

a. Aliran Fluida *Incompressible*.

Aliran fluida *incompressible* adalah Aliran yang memiliki variasi kerapatan relatif kecil dan dapat diabaikan [2]. Sebagai contoh aliran yang bersifat *incompressible* adalah aliran udara. Hal ini disebabkan aliran udara memiliki kecepatan yang relatif kecil dibandingkan dengan kecepatan suara [7].

b. Aliran Fluida *Compressible*

Aliran *compressible* adalah aliran yang memiliki variasi kerapatan sepanjang medan aliran yang relatif besar [2]. Aliran *compressible* sering digunakan dalam aplikasi teknik. Sebagai contoh aliran udara terkompresi pada alat-alat listrik yang digunakan oleh dokter gigi dan sistem penginderaan. Efek kompresibilitas sangat penting dalam desain pesawat berkecepatan tinggi, persenjataan rudal, alat pembangkit listrik, kipas dan peralatan kompressor [7].

Sedangkan aliran *viscous* yang mengalir dengan adanya suatu gesekan dibagi menjadi aliran laminar dan aliran turbulen.

a. Aliran Laminar

Dalam aliran laminar partikel-partikel zat cair bergerak teratur mengikuti lintasan yang sejajar [1]. Pada aliran ini tidak terjadi percampuran lapisan air yang berdekatan. Dalam hal ini garis alir dari aliran tersebut muncul sebagai satu warna yang sejajar. Misalkan saja asap lurus yang keluar dari pembakaran rokok adalah salah satu contoh dari aliran laminar [7].

b. Aliran Turbulen

Aliran yang terjadi pada aliran turbulen adalah aliran dimana partikel-partikel zat cair bergerak tidak teratur [1]. Pada

aliran ini terjadi percampuran makroskopik aliran air yang berdekatan. Dalam hal ini suatu garis alir yang terjadi menyebar dengan cepat pada seluruh medan aliran. Sehingga garis alir memecah menjadi benang kusut yang tercampur. Sebagai contoh pada aliran turbulen adalah saat asap rokok semakin naik maka asap tersebut akan memecah ke segala arah menyerupai benang kusut yang tercampur [7].

2.4 Metode Elemen Hingga

Metode elemen hingga adalah salah satu metode yang banyak digunakan untuk mendapatkan penyelesaian dari persamaan differensial biasa maupun persamaan differensial parsial. Pada mulanya metode elemen hingga digunakan untuk memecahkan permasalahan pada mekanika benda padat, namun metode elemen hingga kini telah merambat pada pemecahan masalah *engineering* yang lain seperti perpindahan panas, getaran dan fluida.

Proses inti dari metode elemen hingga adalah membagi permasalahan-permasalahan yang kompleks menjadi bagian-bagian kecil dimana akan mudah ditemukan solusi pada bagian-bagian tersebut. Selanjutnya akan dilakukan penggabungan solusi dari masing-masing bagian tersebut sehingga solusi dari permasalahan yang kompleks akan diperoleh [4].

Metode elemen hingga adalah sebuah metode numerik dalam menyelesaikan sebuah permasalahan yang dibentuk oleh persamaan diferensial ataupun teorema energi. Dua karakteristik utama yang membedakan metode elemen hingga dengan metode yang lain adalah sebagai berikut:

1. Metode ini memanfaatkan sebuah formulasi integral guna memperoleh bentuk umum sebuah sistem persamaan aljabar.
2. Metode elemen hingga menggunakan fungsi sepotong-sepotong yang kontinu untuk memperoleh pendekatan dari nilai-nilai yang tak diketahui.

Metode elemen hingga dapat dibagi menjadi beberapa langkah utama yakni:

1. Diskritisasi domain.

Pada tahap ini, pertama-tama harus ditentukan bentuk elemen yang digunakan pada pemecahan model. Jenis elemen yang diambil harus menyesuaikan bentuk domain yang digunakan dalam model. Jika bentuk domain yang digunakan dalam model adalah 1-dimensi maka elemen yang dapat digunakan untuk mendiskritkan domain tersebut adalah elemen garis [8]. Bentuk umum untuk masalah 2-dimensi yang umum digunakan adalah bentuk elemen segitiga dan elemen kotak (*rectangular*) [4]. Sedangkan pada permasalahan model dengan bentuk 3-dimensi maka digunakan elemen prisma segienam dengan kekhususan yang berbeda [8]. Pada bagian ini harus ditentukan penomoran pada masing-masing elemen termasuk koordinat pada masing-masing node agar memberikan kemudahan dalam melakukan penggabungan dari solusi-solusi yang telah didiskritisasi [6].

2. Menentukan bentuk fungsi aproksimasi.

Fungsi interpolasi yang sering digunakan dalam menyelesaikan suatu model adalah fungsi linear, fungsi kuadrat, fungsi kubik ataupun fungsi polinomial tingkat tinggi lainnya. Pada elemen garis variabel yang digunakan hanyalah variabel x . Sedangkan untuk elemen luasan variabel yang digunakan adalah x dan y [8]. Dalam hal ini order dari fungsi aproksimasi harus ditentukan pada tiap-tiap node dalam setiap elemen [6]. Fungsi aproksimasi yang biasa digunakan adalah fungsi polynomial. Tingkatan dari fungsi ini juga ditentukan oleh jumlah node pada tiap elemen dan syarat kontinuitas yang digunakan pada batas elemen [4].

3. Perhitungan property elemen.

Fungsi interpolasi yang telah ditentukan akan digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial agar didapatkan sistem persamaan linear. Dalam hal ini ada beberapa cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan sistem persamaan

tersebut antara lain dengan menggunakan pendekatan residu berbobot (*weighted residue*) [4].

4. Pembentukan sistem persamaan linear.

Ketika digunakan metode Galerkin, fungsi *weighting* dari setiap nilai node yang tak diketahui harus ditentukan sedemikian hingga residual bobot pada masing-masing integral harus dievaluasi. Hal ini memberikan bentuk umum suatu persamaan linear pada satu nilai node yang tak diketahui [6]. Dari persamaan-persamaan linear tersebut kemudian digabung menjadi matriks global yang berukuran $n \times n$ dengan n adalah jumlah node pada keseluruhan sistem [4].

5. Penyelesaian sistem persamaan linear.

Sistem persamaan linear yang telah terbentuk pada tahap sebelumnya akan diselesaikan pada tahap ini [6]. Dalam hal ini, jika persamaan linear yang akan diselesaikan melibatkan matriks yang berukuran besar maka akan digunakan bantuan komputer untuk menyelesaikan persamaan linear yang telah dibentuk [4].

6. Post hasil dari penyelesaian persamaan linear.

Pada tahap tampilan proses pada tahap sebelumnya dengan bentuk grafik akan dibuat dengan menggunakan *software* MATLAB [4].

2.5 Metode *Weighted Residual* (Residual Berbobot)

Metode residual berbobot menggunakan sebuah solusi aproksimasi yang digunakan dalam penyelesaian numerik suatu persamaan differensial. Saat solusi tersebut tidak memenuhi penyelesaian dari persamaan differensial, maka akan dihasilkan suatu nilai eror dari penyelesaian persamaan tersebut. Sebagai contoh saat akan diselesaikan persamaan differensial berikut

$$D \frac{d^2 h(x)}{dx^2} + Q = 0 \quad (2.8)$$

Jika $y = h(x)$ adalah solusi aproksimasi pada Persamaan (2.8) dengan asumsi bahwa

$$D \frac{d^2 h(x)}{dx^2} + Q = R(x) \neq 0 \quad (2.9)$$

Maka $y = h(x)$ tidak akan memenuhi pada Persamaan (2.9). Oleh karena itu metode residual berbobot akan digunakan dalam penyelesaian Persamaan (2.8) sehingga diperoleh

$$\int_0^H W_i(x) R(x) dx = 0 \quad (2.10)$$

Dimana $R(x)$ adalah fungsi residual dan $W_i(x)$ adalah fungsi bobot. Nilai fungsi bobot sama dengan nilai-nilai dari koefisien yang tak diketahui pada solusi aproksimasi. Dalam hal ini terdapat berbagai cara dalam menentukan solusi aproksimasi tersebut sehingga diperoleh penyelesaian numerik yang terbaik [4].

2.6 Metode Galerkin [4]

Pada penggunaan metode Galerkin maka persamaan residual berbobot $\int_0^H W_i(x) R(x) dx$ diselesaikan menggunakan $W_i(x)$ sebagai solusi aproksimasi. Saat diberikan permasalahan permasalahan diferensial sebagai berikut

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} - M(x) = 0 \quad (2.11)$$

Maka secara eksak didapatkan penyelesaian Persamaan diferensial (2.11) sebagai berikut

$$y(x) = \frac{M_0 x}{2EI} (x - H)$$

Dengan menggunakan metode Galerkin maka akan ditemukan pendekatan yang berbeda. Misalkan nilai bobot $W_i(x)$ sebagai berikut

$$W_i(x) = \sin \frac{\pi x}{H}$$

Sehingga dengan memisalkan fungsi residual sebagai berikut

$$R(x) = -EI \frac{A\pi^2}{H^2} \sin \frac{\pi x}{H} - M_0$$

Maka diperoleh persamaan residual berbobot menjadi

$$\int_0^H \sin \frac{\pi x}{h} \left[-EI \frac{A\pi^2}{H^2} \sin \frac{\pi x}{H} - M_0 \right] dx = 0 \quad (2.12)$$

Saat dilakukan pengintegralan pada Persamaan (2.12) diperoleh

$$-EI \frac{A\pi^2}{2H} - \frac{2M_0H}{\pi} = 0$$

Sehingga didapatkan penyelesaian sebagai berikut

$$A = -\frac{4M_0H^2}{\pi^3 EI}$$

Maka solusi aproksimasi pada Persamaan (2.11) adalah

$$y(x) = -\frac{4M_0H^2}{\pi^3 EI} \sin \frac{\pi x}{H}$$



BAB III METODOLOGI

Bab ini akan dijelaskan langkah-langkah yang digunakan pada penyusunan Tugas Akhir. Dalam hal ini langkah-langkah yang digunakan adalah sebagai berikut:

3.1 Tahapan Penelitian

Pengerjaan Tugas Akhir ini akan di kerjakan dengan langkah-langkah sebagai berikut :

a. Studi Literatur

Pada bagian ini akan dilakukan pencarian berbagai sumber yang dapat memudahkan dalam menyelesaikan permasalahan. Sumber tersebut dapat berasal dari Tugas Akhir, jurnal, buku maupun berbagai artikel yang berkaitan dengan permasalahan

b. Pengkajian Model

Pada tahap ini akan dilakukan pengkajian model aliran fluida dalam keadaan *steady state* agar dapat dipahami model aliran fluida pada struktur hidorlik dengan kondisi batas yang telah diasumsikan.

c. Penentuan Domain

Pada tahap ini akan ditentukan domain dari jenis elemen yang digunakan.

d. Penentuan Fungsi Interpolasi

Fungsi interpolasi akan ditentukan pada tahap ini. Fungsi interpolasi yang umum digunakan adalah bentuk fungsi polynomial.

e. Perhitungan Elemen

Pada bagian ini akan dilakukan subsitusi untuk fungsi interpolasi pada persamaan-persamaan diferensial guna mendapatkan sitem persamaan linear dari elemen yang berkaitan.

f. Pembentukan Sistem Persamaan Linear

Pada tahap ini dilakukan penggabungan matriks-matriks yang telah dibentuk pada tahap sebelumnya menjadi matriks global berukuran $n \times n$. Dalam hal ini ukuran matriks per-elemen adalah $n \times n$ dengan n adalah jumlah node keseluruhan domain.

g. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear

Dalam tahap ini akan dicari penyelesaian dari system persamaan linear yang telah didapatkan pada tahap f.

h. Simulasi model dengan software MATLAB

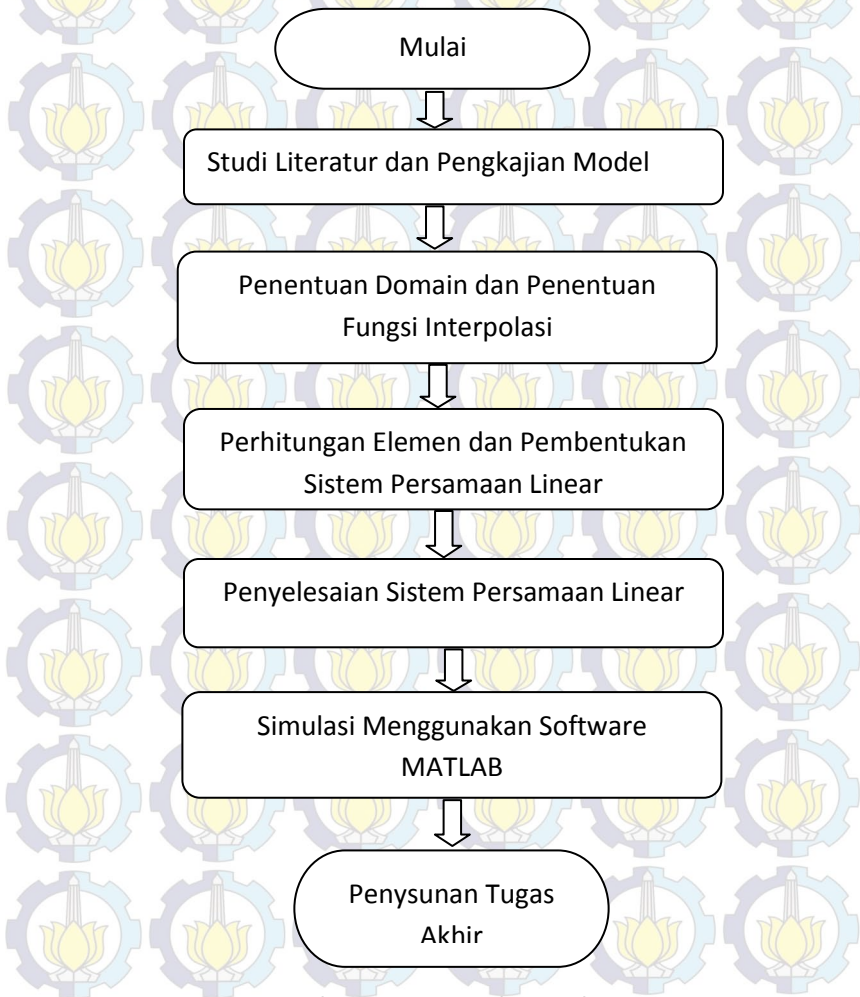
Pada tahap ini dibuat simulasi dengan algoritma tertentu sehingga diperoleh simulasi yang sesuai dengan kondisi yang diinginkan.

i. Penyusunan Tugas Akhir

Pada tahap terakhir disusun laporan hasil simulasi beserta penarikan kesimpulan dari kegiatan yang telah dilakukan.

3.2 Diagram Alur Metode Penelitian

Secara umum tahapan-tahapan yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini dapat ditampilkan dalam diagram alur penelitian di bawah ini :



Gambar 3.1 Diagram Alur Penelitian



BAB IV

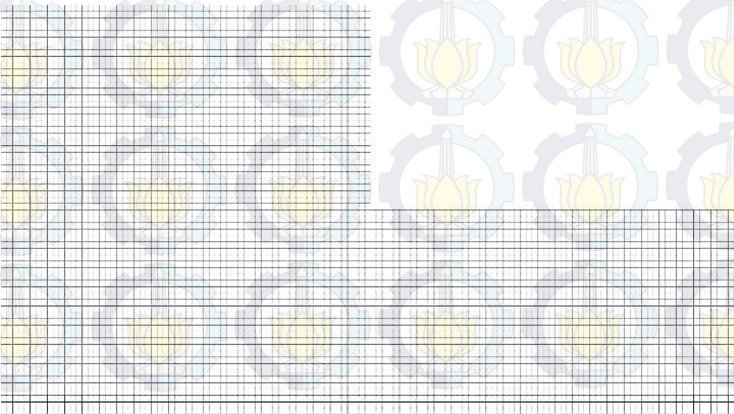
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai penyelesaian numerik pada persamaan diferensial parsial untuk fungsi aliran. Hal ini dilakukan dengan melakukan diskritisasi pada domain, menentukan fungsi aproksimasi, menghitung matriks kekakuan elemen, pembentukan sistem persamaan linear dan menyelesaikannya serta melakukan simulasi pada analisis tersebut menggunakan software MATLAB.

Pada Tugas Akhir ini akan dibahas mengenai simulasi aliran pada pintu air. Kemudian diasumsikan bahwa jarak antara masukan (*input*) dan keluaran (*output*) air yang dilewati aliran adalah 2 *ft* dan tinggi air dari dasar sampai hulu adalah 1 *ft*. Serta diberikan tinggi bukaan pintu air yang berbeda yakni 0.125 *ft*, 0.25 *ft*, 0.375 *ft*, dan 0.5 *ft* Hal ini dapat dijelaskan pada Gambar 2.1.

4.1 Diskritisasi Domain

Diskritisasi domain pada Gambar 2.1 adalah sebagai berikut

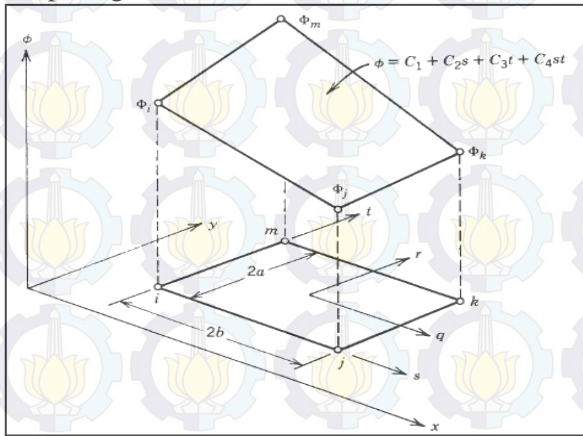


Gambar 4.1. Diskritisasi domain aliran air dibawah pintu air

Pada Gambar 4.1 diskritisasi domain pada model matematika dengan panjang sisi keluaran air dan masukan air 2 ft dan tinggi air 1 ft dibagi menjadi 4096 elemen dengan tinggi pintu air 0.5 ft . Pada diskritisasi yang lain contoh domain Gambar 4.1 akan disesuaikan dengan tinggi pintu air.

4.2 Elemen Linear Rektangular pada MEH

Elemen linear rectangular yang memiliki panjang $2b$ dan lebar $2a$ seperti pada gambar berikut



Gambar 4.2. Parameter untuk elemen segiempat [6]

memiliki fungsi interpolasi sebagai berikut

$$\psi = C_1 + C_2s + C_3t + C_4st \quad (4.1)$$

Berdasarkan Gambar 4.2 nilai ψ pada fungsi interpolasi (4.1) untuk masing-masing node adalah sebagai berikut:

- Untuk titik i maka $s = 0$ dan $t = 0$ sehingga diperoleh

$$\psi_i = C_1$$

- Untuk titik j maka $s = 2b$ dan $t = 0$ sehingga diperoleh

$$\psi_j = C_1 + (2b)C_2$$

- Untuk titik k maka $s = 2b$ dan $t = 2a$ sehingga diperoleh

$$\psi_k = C_1 + (2b)C_2 + (2a)C_3 + (4ab)C_4$$

- Untuk titik i maka $s = 0$ dan $t = 2a$ sehingga diperoleh

$$\psi_m = C_1 + (2a)C_3 \quad (4.2)$$

Dalam hal ini, $\psi_i = C_1$ maka diperoleh

$$C_2 = \frac{\psi_j - \psi_i}{2b}$$

Untuk nilai C_3 berdasarkan nilai ψ_m pada Persamaan (4.2) maka

$$C_3 = \frac{\psi_m - \psi_i}{2a}$$

Jika nilai C_1 , C_2 , dan C_3 disubsitusikan pada Persamaan (4.2) untuk nilai ψ_k diperoleh

$$\psi_k = \psi_i + (2b) \frac{\psi_j - \psi_i}{2b} + (2a) \frac{\psi_m - \psi_i}{2a} + (4ab)C_4$$

Sehingga berdasarkan nilai ψ_k tersebut maka diperoleh nilai C_4 yaitu

$$C_4 = \frac{(\psi_k - \psi_m) + (\psi_i - \psi_j)}{4ab}$$

Jika nilai-nilai C_1, C_2, C_3 dan C_4 disubsitusikan pada Persamaan (4.1) maka bentuk fungsi interpolasi yang baru yaitu

$$\psi = \psi_i + \frac{\psi_j - \psi_i}{2b} s + \frac{\psi_m - \psi_i}{2a} t + \frac{(\psi_k - \psi_m) + (\psi_i - \psi_j)}{4ab} st$$

Dalam hal ini nilai ψ tersebut dapat dituliskan sebagai berikut

$$\psi = \left(1 - \frac{s}{2b} - \frac{t}{2a} + \frac{1}{4ab} st\right) \psi_i + \left(\frac{s}{2b} - \frac{1}{4ab} st\right) \psi_j + \frac{st}{4ab} \psi_k + \left(\frac{t}{2a} - \frac{st}{4ab}\right) \psi_m \quad (4.3)$$

Dengan mendefinisikan fungsi bentuk yaitu

$$\begin{aligned} N_i &= \left(1 - \frac{s}{2b} - \frac{t}{2a} + \frac{st}{4ab}\right) = \left(1 - \frac{s}{2b}\right) \left(1 - \frac{t}{2a}\right) \\ N_j &= \frac{s}{2b} \left(1 - \frac{t}{2a}\right) \\ N_k &= \frac{st}{4ab} \\ N_m &= \frac{t}{2a} \left(1 - \frac{s}{2b}\right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Sehingga saat dilakukan pensubsitusian Persamaan (4.4) pada (4.1) diperoleh Persamaan (4.5) yakni

$$\psi = N_i \psi_i + N_j \psi_j + N_k \psi_k + N_m \psi_m \quad (4.5)$$

Dimana ψ merupakan fungsi aliran pada Persamaan (2.1).

4.3 Persamaan Integral Pada Elemen Matriks

Dalam menyelesaikan model matematika fungsi aliran pada Persamaan (2.1) akan dilakukan penurunan persamaan tersebut menjadi bentuk residual sebagai berikut

$$R^{(e)} = \int_A [N]^T \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) dA \quad (4.5)$$

Dalam hal ini, jika dilakukan penurunan diferensiasi pada $\left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)$ maka diperoleh

$$\frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) = [N]^T \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4.6)$$

Berdasarkan (4.5) saat diberikan integrasi pada (4.6) maka diperoleh Persamaan sebagai berikut

$$-\int_A [N]^T \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} dA = \int_A \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} dA - \int_A \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) dA \quad (4.7)$$

Dengan menggunakan teorema Green pada (4.7) untuk

$$\int_A \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) dA$$

maka diperoleh persamaan sebagai berikut

$$-\int_A [N]^T \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} dA = \int_A \frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} dA - \int_{\Gamma} \frac{\partial}{\partial x} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) \cos \theta d\Gamma \quad (4.8)$$

Dalam hal ini Γ adalah domain yang memiliki suatu kondisi batas seperti penjelasan pada Gambar 2.1. Untuk pembahasan kondisi batas pada domain Γ akan dibahas pada subbab selanjutnya. Jika dilakukan cara yang sama pada Persamaan (4.5) untuk

$$-[N]^T \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial y}\right) \quad (4.9)$$

Dengan berdasarkan teorema Green sedemikian hingga berlaku

$$\int_A \frac{\partial}{\partial y} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) dA = \int_{\Gamma} \frac{\partial}{\partial y} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \sin \theta d\Gamma$$

maka Persamaan (4.9) memiliki bentuk baru sebagai berikut

$$-\int_A [N]^T \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} dA = \int_A \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} dA - \int_{\Gamma} \frac{\partial}{\partial y} \left([N]^T \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \sin \theta d\Gamma \quad (4.10)$$

Saat kedua Persamaan (4.8) dan (4.10) disubsitusikan pada Persamaan (4.5) maka diperoleh

$$R^{(e)} = \int_A \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) dA - \int_{\Gamma} [N]^T \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \psi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma \quad (4.11)$$

Dalam hal ini berlaku $\psi^{(e)} = [N]\{\psi^{(e)}\}$. Sehingga jika dilakukan subsitusi $\psi^{(e)} = [N]\{\psi^{(e)}\}$ pada Persamaan (4.11) diperoleh

$$\{R^{(e)}\} = \int_A \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) dA \{\psi^{(e)}\} - \int_{\Gamma} [N]^T \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \psi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma \quad (4.12)$$

Persamaan (4.12) dapat dituliskan sebagai berikut

$$\{R^{(e)}\} = [K^{(e)}]\{\psi^{(e)}\} + \{I^{(e)}\} \quad (4.13)$$

Dengan mendefinisikan

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

beserta gradient vektor yaitu

$$\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \{\psi^{(e)}\} = [B]\{\psi^{(e)}\} \quad (4.15)$$

Sehingga karena berdasarkan (4.12)

$$\begin{aligned} [K^{(e)}] &= \int_A \left(\frac{\partial [N]^T}{\partial x} \frac{\partial [N]}{\partial x} + \frac{\partial [N]^T}{\partial y} \frac{\partial [N]}{\partial y} \right) dA \{\psi^{(e)}\} = \\ &= \int_A \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} & \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} dA \{\psi^{(e)}\} \quad (4.16) \end{aligned}$$

Maka dengan substitusi (4.13) dan (4.15) pada Persamaan (4.16) sehingga diperoleh

$$[K^{(e)}] = \int_A [B]^T [D] [B] dA \quad (4.17)$$

dimana $[B]^T$ adalah matriks *transpose* dari matriks $[B]$ sehingga dapat dituliskan sebagai berikut

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} & \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Persamaan (4.17) merupakan matriks kekakuan dari penyelesaian Permasalahan (2.1). Dalam hal ini fungsi bentuk pada Persamaan (4.13) untuk titik i adalah

$$N_i = \left(1 - \frac{x}{2b}\right) \left(1 - \frac{y}{2a}\right)$$

Karena transformasi koordinat xy kedalam koordinat st dengan $x = s$ dan $y = t$ sehingga diperoleh $\frac{\partial N_\beta}{\partial x} = \frac{\partial N_\beta}{\partial s}$ dan $\frac{\partial N_\beta}{\partial y} = \frac{\partial N_\beta}{\partial t}$ maka fungsi bentuk pada koordinat xy menjadi

$$N_i = \left(1 - \frac{s}{2b}\right) \left(1 - \frac{t}{2a}\right)$$

sesuai dengan Persamaan (4.4). Oleh karena itu fungsi bentuk pada (4.13) untuk titik i, j, k, m jika dilakukan penurunan setelah dilakukan transformasi maka diperoleh hasil yang sama dengan pendiferensiasian Persamaan (4.4) sehingga diperoleh

$$\frac{\partial N_i}{\partial s} = \frac{1}{4ab} (t - 2a) \quad (4.18)$$

Dan untuk turunan t untuk titik i pada (4.13) setelah dilakukan transformasi adalah

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \frac{1}{4ab} (s - 2b) \quad (4.19)$$

Pada titik-titik yang lain pada fungsi interpolasi pada (4.13) setelah ditransformasi kedalam koordinat st diperoleh Persamaan (4.20) sebagai berikut:

- Pada titik j dengan transformasi kedalam koordinat st sedemikian hingga

$$N_j = \frac{1}{2b} \left(1 - \frac{y}{2a}\right) = \frac{1}{2b} \left(1 - \frac{t}{2a}\right)$$

maka diperoleh

$$\frac{\partial N_j}{\partial s} = \frac{1}{4ab} (2a - t) \quad \text{dan} \quad \frac{\partial N_j}{\partial t} = -\frac{s}{4ab}$$

- Pada titik k dengan transformasi kedalam koordinat st sedemikian hingga

$$N_k = \frac{xy}{4ab} = \frac{st}{4ab}$$

maka diperoleh

$$\frac{\partial N_k}{\partial s} = \frac{t}{4ab} \text{ dan } \frac{\partial N_k}{\partial t} = \frac{s}{4ab}$$

- Pada titik m dengan transformasi kedalam koordinat st sedemikian hingga

$$N_m = \frac{y}{2a} \left(1 - \frac{x}{2b}\right) = \frac{t}{2a} \left(1 - \frac{s}{2b}\right)$$

maka diperoleh

$$\frac{\partial N_m}{\partial s} = -\frac{t}{4ab} \text{ dan } \frac{\partial N_m}{\partial t} = \frac{1}{4ab} (2b - s) \quad (4.20)$$

Setelah dilakukan substitusi persamaan (4.20) pada Persamaan (4.17) nilai $[B]$ menjadi

$$[B] = \frac{1}{4ab} \begin{bmatrix} -(2a-t)(2a-t)t & -t \\ -(2b-s) & -s \\ s(2b-s) \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Saat Persamaan (4.21) disubstitusikan pada (4.17) Maka diperoleh

$$[k^{(e)}] = \int_A [B]^T [D] [B] dA$$

$$\begin{aligned}
&= \int_A \frac{1}{16a^2b^2} \begin{bmatrix} -(2a-t)-(2b-s) \\ (2a-t) & -s \\ t & s \\ -t & (2b-s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -(2a-t)(2a-t)t & -t \\ -(2b-s) & -s & s(2b-s) \end{bmatrix} dA \\
&= \frac{1}{16a^2b^2} \int_A \begin{bmatrix} -(2a-t)^2 & -(2a-t)^2 & (2a-t)t & (2a-t)t \\ -(2a-t)t & (2a-t)t & t^2 & -t^2 \\ (2a-t)t & -(2a-t)t & -t^2 & t^2 \end{bmatrix} + \\
&\quad \begin{bmatrix} (2b-s)^2 & (2b-s)s & -(2b-s)s & -(2b-s)^2 \\ (2b-s)s & s^2 & -s^2 & -(2b-s)s \\ -(2b-s)s & -s^2 & s^2 & (2b-s)s \\ -(2b-s)^2 & -(2b-s)s & (2b-s)s & (2b-s)^2 \end{bmatrix} dA \quad (4.22)
\end{aligned}$$

Jika dilakukan perhitungan pada elemen matriks kekakuan (4.22) untuk elemen pertama kolom pertama pada integral pertama diperoleh

$$\frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2a-t)^2 dA + \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2b-s)^2 dA$$

Dalam hal ini,

$$\begin{aligned}
\frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2a-t)^2 dA &= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \int_0^{2a} (2a-t)^2 dt ds \\
&= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \int_0^{2a} (4a^2 - 4at + t^2) dt ds \\
&= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \left(8a^3 - 8a^3 + \frac{8}{3}a^3 \right) ds \\
&= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \left(\frac{8}{3}a^3 \right) ds
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{16a^2b^2} \left(\frac{8a^3 \cdot 2b}{3} \right) \\
 &= \frac{2a}{6b}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Untuk perhitungan koefisien matriks yang lain diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 &\bullet \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2a - t)^2 dA = \frac{2a}{6b} \\
 &\bullet \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2a - t)t dA = \frac{a}{6b} \\
 &\bullet \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2a - t)t dA = \frac{a}{6b} \\
 &\bullet \frac{1}{16a^2b^2} \int_A t^2 dA = \frac{2a}{6b}
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Dan untuk perhitungan kedua pada Persamaan (4.22) diperoleh

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2b - s)^2 dA &= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \int_0^{2a} (2b - s)^2 dt ds \\
 &= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \int_0^{2a} (4b^2 - 4bs + s^2) dt ds \\
 &= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \left(8b^3 - 8bs^2 + \frac{8}{3}s^3 \right) ds \\
 &= \frac{1}{16a^2b^2} \int_0^{2b} \left(\frac{8}{3}s^3 \right) ds
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{16a^2b^2} \left(\frac{8b^3 \cdot 2a}{3} \right) \\
 &= \frac{2b}{6a} \quad (4.25)
 \end{aligned}$$

Untuk nilai-nilai koefisien matriks yang lain diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad & \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2b-s)s \, dA = \frac{b}{6a} \\
 \bullet \quad & \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2b-s)s \, dA = \frac{b}{6a} \\
 \bullet \quad & \frac{1}{16a^2b^2} \int_A (2b-s)^2 dA = \frac{2b}{6a} \\
 \bullet \quad & \frac{1}{16a^2b^2} \int_A s^2 dA = \frac{2b}{6a} \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

Sehingga saat pensubsitusian dilakukan pada Persamaan (4.23 - 4.26) pada (4.2.2) diperoleh matriks kekakuan K sebagai berikut

$$[k^{(e)}] = \frac{a}{6b} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{b}{6a} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

4.4 Boundary Condition pada Elemen Matriks

Dari Persamaan residual (4.13) diketahui bahwa

$$\{R^{(e)}\} = [K^{(e)}]\{\psi^{(e)}\} + \{I^{(e)}\}$$

Dengan

$$\begin{aligned}
 \{I^{(e)}\}_{EF} &= \int_{\Gamma_{EF}} [N]^T \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \psi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma = \\
 & \int_{\Gamma_{EF}} [N]^T (M[N]\{\psi^{(e)}\} - S) d\Gamma \quad (4.27)
 \end{aligned}$$

Karena pada Gambar 2.1 pada permukaan bebas nilai

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \psi}{\partial y} \sin \theta \right) = \frac{\partial \psi}{\partial n} = \sqrt{2g(B-y)} \quad (4.29)$$

Berdasarkan bentuk umum kondisi batas dengan ψ_b adalah nilai ψ yang tak diketahui yaitu

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial \psi}{\partial y} \sin \theta \right) = -M\psi_b + S$$

sehingga diperoleh $M = 0$ dan $S = \sqrt{2g(B-y)}$.

Dalam hal ini, didefinisikan

$$[K_M^e] = \int_{\Gamma_{EF}} M[N]^T [N] d\Gamma \quad (4.30)$$

Beserta nilai $f_s^{(e)}$ sebagai berikut

$$\{f_s^{(e)}\} = \int_{\Gamma_{EF}} S[N]^T d\Gamma \quad (4.31)$$

Untuk menyelesaikan kondisi batas pada permukaan bebas akan digunakan fungsi bentuk yaitu N_i, N_j, N_k dan N_m pada (4.4) dengan mengubah nilai s dan t kedalam koordinat qr . Dalam hal ini $s = b + q$ dan $t = a + r$ maka fungsi bentuk pada Persamaan (4.4) menjadi

$$N_i = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{q}{b}\right) \left(1 - \frac{r}{a}\right)$$

$$N_j = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{q}{b}\right) \left(1 - \frac{r}{a}\right)$$

$$\begin{aligned}
 N_k &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{q}{b}\right) \left(1 + \frac{r}{a}\right) \\
 N_m &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{q}{b}\right) \left(1 + \frac{r}{a}\right)
 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Dalam hal ini berdasarkan (4.30) diketahui bahwa

$$\begin{aligned}
 [K_M] &= \int_{\Gamma_{EF}} M[N]^T [N] d\Gamma \\
 &= M \int_{\Gamma_{EF}} \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \\ N_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k & N_m \end{bmatrix} d\Gamma \\
 &= M \int_{\Gamma_{EF}} \begin{bmatrix} N_i^2 & N_i N_j & N_i N_k & N_i N_m \\ N_i N_j & N_j^2 & N_j N_k & N_j N_m \\ N_i N_k & N_j N_k & N_k^2 & N_k N_m \\ N_i N_m & N_j N_m & N_k N_m & N_m^2 \end{bmatrix} d\Gamma
 \end{aligned} \quad (4.31)$$

dengan Γ_{EF} domain pada Gambar 2.1 yang memiliki kondisi batas. Jika menghitung sisi ij pada (4.31) maka $N_k = N_m = 0$ sehingga Persamaan (4.31) menjadi

$$[K_M^{(e)}] = M \int_s \begin{bmatrix} N_i^2 & N_i N_j & 0 & 0 \\ N_i N_j & N_j^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} d\Gamma \quad (4.32)$$

Pada (4.32) saat $N_k = N_m = 0$ maka $r = -a$ sehingga diperoleh nilai-nilai koefisien matriks (4.32) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\int_{-b}^b N_i^2 dq &= \int_{-b}^b \left(\frac{b-q}{2b} \right)^2 dq \\
&= \int_{-b}^b \frac{b^2 - 2bq + q^2}{4b^2} dq \\
&= \frac{2b}{3} \\
&= \frac{L_{ij}}{3} \\
\int_{-b}^b N_i N_j dq &= \int_{-b}^b \frac{(b-q)(b+q)}{4b^2} dq = \frac{2b}{6} = \frac{L_{ij}}{6} \\
\int_{-b}^b N_j^2 dq &= \int_{-b}^b \left(\frac{b+q}{4b^2} \right)^2 dq = \frac{2b}{3} = \frac{L_{ij}}{3}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Sehingga saat Persamaan (4.33) disubsitusikan pada Persamaan (4.32) maka diperoleh Persamaan sebagai berikut dengan L_{ij} panjang sisi ij

$$\left[K_M^{(e)} \right] = \frac{ML_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

Dengan perhitungan yang sama untuk sisi yang lainnya pada (4.32) dengan L panjang masing-masing sisi untuk elemen *rectangular* sedemikian hingga diperoleh

$$\begin{aligned}
\left[K_M^{(e)} \right] &= \frac{ML_{jk}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\left[K_M^{(e)} \right] &= \frac{ML_{km}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$[K_M^{(e)}] = \frac{ML_{im}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Untuk kondisi batas pada Persamaan (4.31) yakni

$$\{f_s\} = \int_{\Gamma_{EF}} S \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \\ N_m \end{bmatrix} d\Gamma$$

Pada sisi ij untuk Persamaan (4.31) maka $N_k = N_m = 0$ sehingga untuk $r = -a$ diperoleh

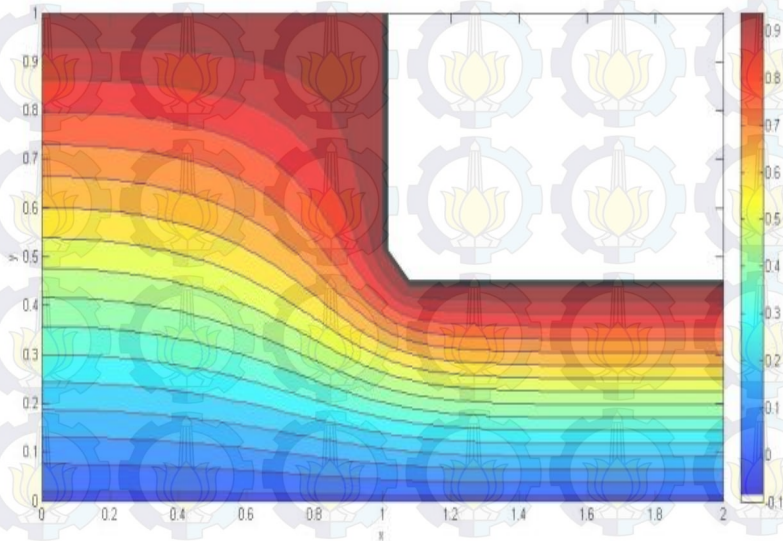
$$\{f_s\} = \int_{-b}^b \frac{s}{2b} \begin{bmatrix} b-q \\ b+q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} dq = \frac{s}{2b} \begin{bmatrix} 2b^2 \\ 2b^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{SL_{ij}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Pada sisi yang lain diperoleh sebagai berikut:

1. $\{f_s^{(e)}\} = \frac{SL_{jk}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ untuk sisi jk
2. $\{f_s^{(e)}\} = \frac{SL_{km}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ untuk sisi km
3. $\{f_s^{(e)}\} = \frac{SL_{im}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ untuk sisi im

4.7 Hasil Simulasi

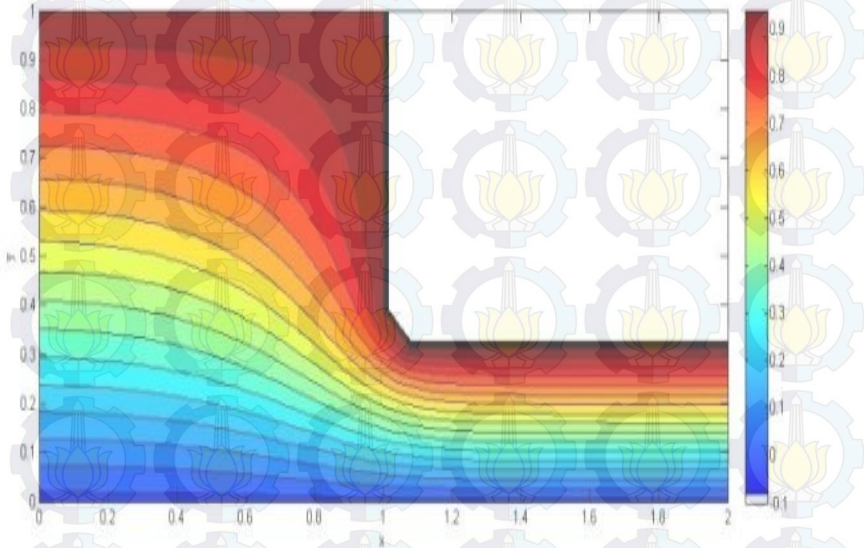
Pada subbab ini akan dijelaskan hasil simulasi aliran menggunakan metode elemen hingga. Hasil simulasi tersebut kemudian akan dibandingkan dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Mohammad Javad Kazemzadeh yang menggunakan metode lain yaitu SFGFEM. Dalam hal ini berdasarkan kondisi batas pada model matematika aliran air, nilai fungsi aliran $\psi = 1 \text{ ft}^3/\text{sec}$ terjadi pada permukaan bebas dan pada pintu air. Hal ini dapat dilihat berdasarkan hasil simulasi yakni semakin merah warna dari grafik maka semakin besar nilai fungsi aliran (*flow discharge*) yang dihasilkan sesuai dengan garis alir pada grafik tersebut. Hasil simulasi aliran air secara lengkap dapat dilihat berdasarkan grafik dibawah ini.



Gambar 4.3. Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu 0.5 ft

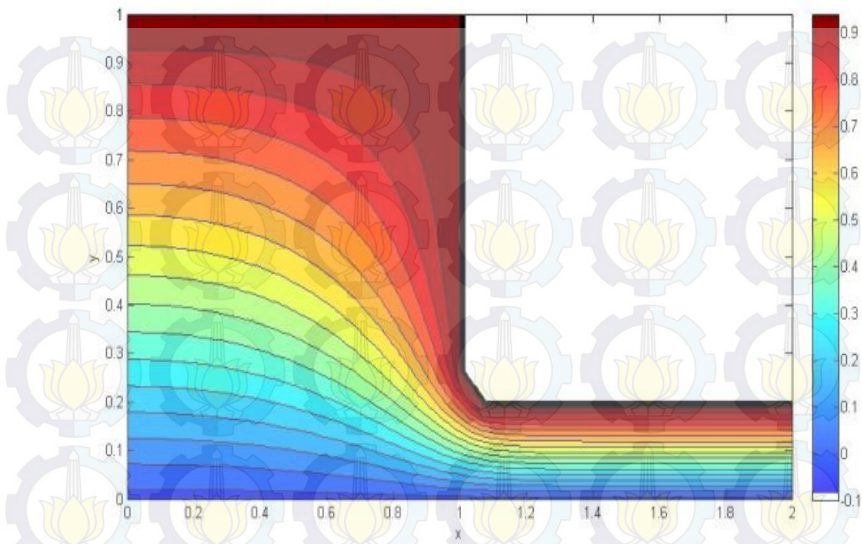
Pada Gambar 4.3 tinggi pintu air yang diasumsikan adalah 0.5 ft dari dasar aliran. Terlihat bahwa garis aliran air dibawah pintu air

hampir sejajar dengan arah pergerakan di awal pada bagian masukan (*input section*). Dalam hal ini tidak terjadi penurunan tajam pada garis aliran tersebut. Untuk tinggi pintu air sebesar 0.375 ft dapat dilihat pada Gambar 4.4 berikut.



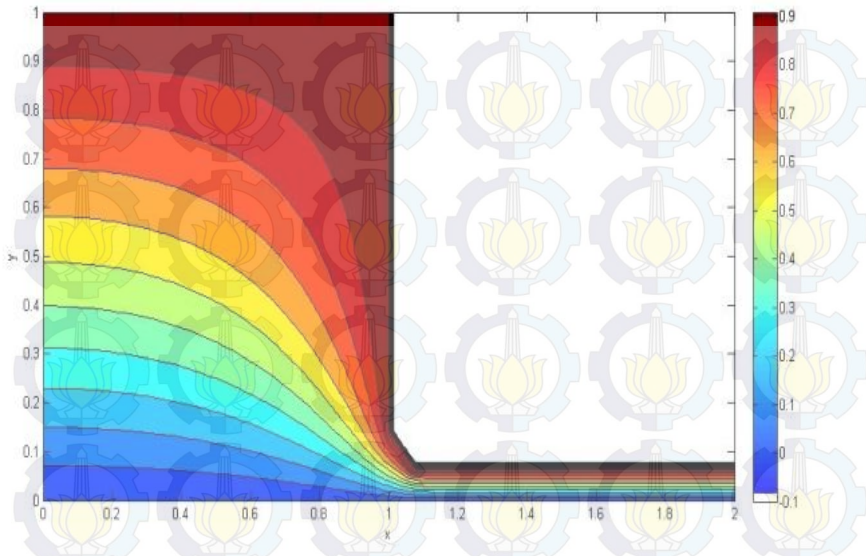
Gambar 4.4. Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu Air 0.375 ft

Pada Gambar 4.4 diatas terlihat mulai adanya penurunan lebih tajam pada garis alir jika dibandingkan dengan Gambar 4.3. Dalam hal ini, aliran air yang berada pada garis alir yang sama memiliki nilai fungsi aliran yang serupa. Dapat diketahui bahwa pada gambar tersebut tidak terjadi perpotongan antara garis alir yang melewati pintu air mulai dari masukan air (*input section*) hingga bagian keluaran air (*output section*). Pada gambar selanjutnya adalah grafik fungsi aliran dengan tinggi pintu air sebesar 0.25 ft .



Gambar 4.5. Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu Air 0.25 ft

Pada Gambar 4.5 mulai terlihat adanya penurunan tajam pada aliran air. Dalam gambar tersebut, aliran air yang bersifat laminar akan mengikuti penurunan yang semakin tajam sehingga tidak akan terjadi adanya perpotongan pada aliran tersebut. Hal tersebut sesuai dengan definisi aliran laminar bahwa pada aliran tersebut akan mengikuti aliran yang sejajar dan tidak terjadi pencampuran aliran air yang sejajar. Dapat dilihat pada gambar tersebut garis alir muncul sebagai warna yang sejajar sesuai definisi aliran laminar. Untuk tinggi pintu air yang terakhir yaitu sebesar 0.125 ft dapat dilihat pada gambar selanjutnya.



Gambar 4.6. Skema Aliran Hasil Simulasi untuk Tinggi Pintu Air 0.125 ft

Pada Gambar 4.6 terlihat adanya penurunan tajam pada garis alir dibawah pintu air. Hal ini sesuai dengan rumusan masalah awal bahwa aliran air bergerak secara laminar. Dalam hal ini, meskipun terjadi penurunan tajam pada grafik tersebut tidak ada perpotongan pada aliran air yang berdekatan.

Berdasarkan hasil tersebut dengan adanya perubahan ketinggian pada pintu air tidak ada pengaruh yang signifikan pada aliran air. Juga dapat dilihat bahwa terbentuk suatu garis alir pada permukaan bebas sehingga dapat disimpulkan bahwa kondisi batas pada persamaan matematika fungsi aliran telah terpenuhi.

Berdasarkan hasil simulasi menggunakan *software* MATLAB terlihat bahwa debit air (*flow discharge*) minimum terjadi pada dasar aliran air. Dalam hal ini debit air (*flow discharge*) maksimum terjadi pada permukaan bebas dan aliran air yang bersentuhan langsung dengan pintu air. Pada penelitian

yang dilakukan oleh Mohammad Javad Kazemzadeh berdasarkan Gambar 2.2, aliran air yang diasumsikan adalah aliran yang bersifat laminar. Sehingga Pada gambar tersebut dapat dilihat bahwa tidak terjadi perpotongan antara garis aliran air yang berdekatan. Dalam hal ini kondisi batas dengan nilai inisial $\psi = 1 \text{ ft}^3/\text{sec}$ terjadi pada permukaan bebas dan pintu air. Selanjutnya dapat dilihat pada perubahan warna yang terjadi pada Gambar 2 nilai maksimum fungsi aliran terjadi pada permukaan bebas dan pintu air.

Perbandingan penggunaan metode elemen hingga dan SFGFEM yang dilakukan oleh Moh. Javad pada aliran pintu air tidak menemui perbedaan yang signifikan. Hal ini dapat dilihat berdasarkan grafik yang dihasilkan oleh MEH (pada Gambar 4.3 s/d Gambar 4.6) dan grafik yang dihasilkan oleh SFGFEM (pada Gambar 2.2) bahwa perubahan warna pada grafik-grafik tersebut serupa. Berdasarkan hal tersebut dapat diketahui bahwa penggunaan metode elemen hingga yang diberikan dalam buku ini dan penggunaan SFGFEM yang dilakukan oleh Mohammad Javad Kazemzadeh pada simulasi numerik fungsi aliran pada pintu air sesuai. Sehingga dapat disimpulkan bahwa metode elemen hingga dapat digunakan secara efektif untuk menyelesaikan masalah aliran pada pintu air.



BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan penulisan Tugas Akhir ini adalah suatu gambaran simulasi aliran air pada pintu air dengan menggunakan metode elemen hingga.

Pada Tugas Akhir ini diperoleh diskritisasi domain menjadi elemen-elemen kecil berjumlah 4096 elemen dengan tinggi pintu air sebesar 0.5 ft . Untuk diskritisasi elemen lain dapat disesuaikan sesuai dengan tinggi pintu air.

Selanjutnya pada Tugas Akhir ini juga diperoleh solusi numerik persamaan aliran air pada pintu air. Semakin dekat dengan pintu air maka debit air akan semakin besar. Sehingga kondisi batas pada persamaan aliran air telah terpenuhi.

Dari hasil simulasi menggunakan *software* MATLAB terlihat bahwa terdapat garis alir pada grafik tersebut yang menyatakan bahwa debit air pada garis tersebut serupa. Dalam hal ini dapat diketahui bahwa dengan adanya perubahan warna yang signifikan pada aliran air maka telah terjadi adanya perbedaan besar debit air pada grafik tersebut. Berdasarkan hasil simulasi terlihat bahwa debit air (*flow discharge*) minimum terjadi pada dasar aliran air dan debit air (*flow discharge*) maksimum terjadi pada permukaan bebas beserta aliran air yang bersentuhan langsung dengan pintu air. Jika dibandingkan hasil penggunaan metode elemen hingga pada permasalahan aliran air ini dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Mohammad Javad Kazemzadeh menggunakan SFGFEM diperoleh kesimpulan bahwa hasil yang diperoleh sesuai. Sehingga penggunaan metode elemen hingga pada model matematika fungsi alir dapat digunakan secara efektif dan menghasilkan hasil yang baik.

5.2 Saran

Perlu adanya penelitian lebih lanjut mengenai metode terbaik dalam menyelesaikan permasalahan aliran. Sehingga semakin baik hasil yang diperoleh pada permasalahan aliran.

Pada penulisan Tugas Akhir ini digunakan metode elemen hingga guna menyelesaikan permasalahan aliran fluida. Perlu adanya percobaan lain menggunakan metode yang lebih baik. Misalkan menggunakan metode elemen batas, metode volume hingga ataupun metode lain yang dapat menghasilkan hasil yang lebih baik. Dalam hal ini hasil yang diperoleh dengan menggunakan metode-metode tersebut akan lebih baik jika terdapat nilai eror beserta kajian terhadap eror tersebut sedemikian hingga hasil yang diperoleh menjadi lebih baik.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anwar.Nuril. (2007). "*Model Aliran Pertemuan Dua Sungai yang Mempunyai Sudut Sebarang*". Tugas Akhir S1 Jurusan Matematika ITS
- [2] Falaki.Moh.Dahnir. (2009). "*Bentuk Profil Aliran Fluida Dipermukaan Bebas Berlapis Tiga yang Dipengaruhi Oleh Suatu Penghisap, Gravitasi bumi dan Shear Stress*". Tugas Akhir S1 Jurusan Matematika ITS
- [3]Kazemzadeh-Parsi.Mohammad Javad.(2014)."*Numerical Flow Simulation in Gated Hydraulic Structures Fixed Grid Finite Element Method*"***Applied Matematics and Computation***, No.246,447-459
- [4] Kosasih. Dr.Prabuono Buyung.(2012)."*Teori dan Aplikasi METODE ELEMEN HINGGA*". ANDI OFFSET.Yogyakarta
- [5] Triatmadja.Radiana.(2010)."*Manfaat dan Tantangan Simulasi Hidraulik dalam Perencanaan dan pengelolaan Bangunan Keairan*". UGM.Yogyakarta
- [6] Segerlind.Larry J.(1984)."*Applied Finite Element Analysis*". John Wiley & Sons. Canada
- [7] F. Robert W., M. Alan T.(1985)."*Introduction To Fluid Mechanics*". John Wiley & Sons, Inc.Canada
- [8] Muyasaroh.(2013). "*Estimasi Konsentrasi Polutan Sungai Menggunakan Metode Elemen Hingga-Reduksi Kalman Filter*". Tugas Akhir S1 Jurusan Matematika ITS

Biodata Penulis



Seorang pemuda kelahiran Surabaya pada tanggal 03 desember 1993. Dia telah menyelesaikan seluruh *study*-nya hingga ke tingkat sarjana. Dimulai dari MI Banu Hasyim, SMP Negeri 2 Waru lalu SMA Wachid Hasyim 2 Taman. Setelah dia berhasil menjejakkan kakinya di kampus Institut Teknologi Sepuluh November Surabaya, Alhamdulillah dia mampu memperoleh gelar sarjana ditahun keempatnya setelah menemui banyak ujian. Pemuda tersebut dilahirkan dari ibu Mukarromah, S.Ag dan bapak Samsul Huda sebagai anak pertama yang memiliki nama lengkap Muhammad Nur Haqqul Qomarudin. Sebagai seorang anak pertama banyak tanggung jawab yang harus dia emban. Dimulai dari yang kecil sebagai contoh bagi adiknya, hingga tanggung jawab yang lainnya. Dengan banyaknya tanggung jawab tersebut, sebagai orang jawa dia berkeyakinan tak ada kata kalah dalam menghadapi setiap rintangan. Sebagai pemecut semangatnya dia sering membaca berbagai cerita yang dapat memotivasi dirinya sampai mencari motivasi pada orang-orang tua yang ada di sekitarnya. Sehingga dia mampu menjadi menyelesaikan seluruh *study*-nya hingga saat ini. Selama ini dia hanya meyakini satu kata untuk menggapai semua cita-citanya yaitu “Nafsu adalah indah Maka pergunakanlah ia untuk hal-hal yang penuh dengan keindahan” itulah motto yang ia pergunakan untuk menghadapi setiap ujian yang akan dia hadapi. Karena tanpa nafsu setiap orang tidak akan pernah mempunyai mimpi. Dan jika seseorang tidak pernah memiliki mimpi, dia hanya akan menjadi orang biasa. Dalam hal ini jika ada kesempatan untuk bertemu adakah kiranya kita bersilaturrohim. Namun jika belum ada kesempatan cukuplah kita berkomunikasi via email haqquludin@gmail.com. Terima kasih